УДК 65.012.123

Клевец Николай Иванович,
кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры системного анализа и информатизации,
Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского,
г. Симферополь.

Klevets Nickolay Ivanovich,
Ph.D., Associate Professor,
Associate Professor of the Department of Business Informatics and Mathematical Modeling,
V.I. Vernadsky Crimean Federal University,
Simferopol.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО РАНЖИРОВАНИЯ АЛЬТЕРНАТИВ

COMPARATIVE ANALYSIS OF METHODS FOR MULTY-CRITERIA RANKING OF ALTERNATIVES

Для многокритериального ранжирования альтернатив используют много различных методов. В связи с этим необходим сравнительный анализ их эффективности. Под эффективностью метода ранжирования альтернатив понимается способность метода ранжировать исследуемые альтернативы по совокупности показателей с минимальными затратами ресурсов. В работе показано, что многокритериальное ранжирование альтернатив выполняется по стандартной схеме. Описан обобщенный алгоритм ранжирования альтернатив и показано, что большинство методов отличается лишь способами подготовки исходных данных и использованием разных мер сходства альтернатив с эталоном. Также показано, что при ранжировании альтернатив основные затраты ресурсов идут на подготовку данных и расчет мер сходства, поэтому эффективность методов зависит именно от этих процедур. Для оценки методов многокритериального ранжирования альтернатив введено понятие разрешающей способности метода, отражающее чувствительность метода к малым вариациям входных данных. Дана оценка разрешающей способности наиболее часто используемых методов. Показано на примерах, что для корректной работы любого метода необходимо в набор показателей, по которым сравниваются объекты, включать только показатели с низкой корреляцией. Исследования показали, что при отсутствии требования высокой или низкой чувствительности метода к малым вариациям исходных данных, наиболее эффективным является метод взвешенной суммы мест, а также метод нечетко-множественного ранжирования альтернатив. При необходимости реагировать на слабые сигналы (вариации показателей) следует использовать в качестве меры сходства взвешенное среднее гармоническое или геометрическое. В случае зашумленных данных целесообразно использовать меры сходства с низкой чувствительностью к малым вариациям входных данных, а именно: взвешенное среднее квадратическое или метод нейросетевого ранжирования альтернатив. Приведены примеры решения задач.

Ключевые слова: альтернатива, метод взвешенной суммы мест, метод анализа иерархий, метод нечетко-множественного ранжирования, метод нейросетевого ранжирования, мера сходства, многокритериальное ранжирование, разрешающая способность.

There are many method are used to multy-criteria ranking. For that reason, the comparative analysis of efficiency most popular methods is necessary. The efficiency of multi-criteria ranking method is mean an ability of own to rank some alternatives on the strength of all evidence by minimal cost.

It is shown that multy-criteria ranking carry out by the one scheme. The standard scheme of multy-criteria ranking described and it is shown that a manner of data preparation and difference of identically measures are reasons of a difference of multy-criteria ranking methods. The data preparation and an identically measure calculation takes main part of investigation resources and hence these are main factors of efficiency of multi-criteria ranking methods.

The term resolving power for estimation the susceptibility of ranking methods to small-scale variation of data has been suggested. The resolving power of most used methods of multy-criteria ranking was estimated. It was shown by some examples that correct multy-criteria ranking is enable only provided that no strong data correlation has taken place.

The investigation was shown that the weighted sum method and fuzzy set method has the best efficiency if no require high or low susceptibility to small-scale variation of data. One must uses the harmonic or geometric mean as an identically measure if it is need to catch slight signals (variations of data). It is reasonable to use list square mean or neuro mash method for multy-criteria ranking of alternatives if data have a noise. Some examples discussed.

Keywords: alternative, identically measure, fuzzy set method, hierarchy analyses process, neuro mash method, weighted sum method, multy-criteria ranking, resolving power.

ВВЕДЕНИЕ

Принятие управленческих решений всегда связано с многокритериальной оценкой альтернатив. При этом альтернативы ранжируют по интегральному показателю качества (ИПК), учитывающему все показатели, выбранные для описания объектов. Для расчета ИПК применяют методы сравнения многомер-

ных объектов с эталоном по мере близости или различия. Затем альтернативы ранжируют в порядке убывания или роста рассчитанного ИПК и выбирают наилучшую из них.

Известные методы многокритериального ранжирования альтернатив (МКРА) отличаются способами оценки показателей, алгоритмами приведения показателей к сопоставимому виду, способами выбора показателей эталона и брака, используемыми мерами (сходства или различия), выражениями (алгоритмами) расчета указанных мер [1–11]. На практике это вызывает затруднения при выборе метода МКРА, в особенности начинающими специалистами. Поэтому актуальной является задача сравнения эффективности методов МКРА.

Под эффективностью метода МКРА будем понимать способность метода ранжировать исследуемые альтернативы по совокупности показателей с минимальными затратами ресурсов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Цель работы — сравнительный анализ методов многокритериального ранжирования альтернатив и разработка рекомендаций по их преимущественному применению.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Все методики МКРА, в сущности, предписывают выполнение одних и тех же этапов. Различие состоит лишь в их конкретной реализации. *Обобщенная методика* МКРА состоит из следующих этапов:

1) выбор показателей для описания альтернатив (сравниваемых объектов);
2) задание весовых коэффициентов показателей;
3) определение типа показателей (стимуляторы, дестимуляторы);
4) задание эталонных значений показателей в соответствии с их типом;
5) задание значений показателей, при которых объект считается браком, т. е. не удовлетворяет базовым требованиям;
6) оценка (измерение, расчет) показателей каждого объекта;
7) приведение оценок показателей к сопоставимому виду;
8) расчет ИПК альтернатив;
9) ранжирование альтернатив по убыванию (возрастанию) ИПК;
10) содержательная интерпретация ранжированного ряда ИПК альтернатив.

Большое многообразие методик МКРА обусловлено множеством способов выполнения пунктов 7 и 8 обобщенной методики. Рассмотрим подробнее этапы приведенной методики МКРА.

Выбор показателей для описания и сравнения альтернатив выполняется на основе системного анализа сравниваемых объектов и цели исследования. Этот пункт не формализуется, поэтому в каждом конкретном исследовании одни и те же системы могут описываться разным набором показателей [1].

Весовые коэффициенты показателей задают экспертным методом и выражают в баллах, после чего, как правило, переводят в относительные единицы путем нормирования на единицу их суммы по следующей формуле:

$$w_i = w_i / \sum_{n=1}^{n=N} w_n, \; i = 1, ..., N, \qquad (1)$$

где w_n — ненормированное значение весового коэффициента n-го показателя, N — количество показателей, описывающих объект.

Весовые коэффициенты можно получить с помощью других методов [1, 3, 5, 6]. Отметим, что весовые коэффициенты показателей зависят от цели исследования, а сама цель зависит от состояния исследуемого объекта, конъюнктуры рынка и т.п.

Так как используемые для сравнения альтернатив показатели имеют различный содержательный смысл, то они имеют разную размерность и величину. Поэтому перед сравнением альтернатив их показатели должны быть приведены к сопоставимому виду. Известно много методик приведения оценок показателей к сопоставимому виду [1, 2, 4, 5]. Однако суть всех методик состоит в том, что показатели после преобразования выражаются в относительных единицах и их значения находятся в интервале (0;1) или (-1;1) [12, с. 20]). В методе анализа иерархий (МАИ) [5, 6] относительные значения показателей могут иметь любые положительные значения.

Далее предполагается, что показатели, по которым выполняется оценка альтернатив, представлены в виде векторов-столбцов (см. примеры). Из векторов-столбцов показателей всех альтернатив сформируем матрицу. Приведение показателей сравниваемых альтернатив к сопоставимому виду при указанной структуре матрицы показателей может быть выполнено различными способами, однако, по мнению автора, наиболее простым, универсальным и вместе с тем эффективным является способ, предложенный в [1, с. 73]. Согласно этому способу, строки матрицы должны быть преобразованы путем расчета относительных разностей по следующим формулам: для стимуляторов (показателей, увеличение которых приводит к улучшению ИПК объекта).

$$a_{ij} = \frac{a_{ij} - B_i}{E_i - B_i}; \quad (2)$$

для дестимуляторов (показателей, увеличение которых приводит к ухудшению состояния объекта)

$$a_{ij} = \frac{B_i - a_{ij}}{B_i - E_i}; \quad (3)$$

для показателей с заданным номинальным значением

$$a_{ij} = 1 - \frac{\left|nom(a_i) - a_{ij}\right|}{\left|nom(a_i)\right|}, \quad (4)$$

где E_i — эталонное значение i-го показателя; B_i — бракованное значение i-го показателя; $nom(a_i)$ — номинальное значение i-го показателя.

В (4) предполагается, что номинальное значение показателя отлично от нуля.

Отметим, что качественные показатели оценивают в баллах по специально разработанной шкале [1, 5, 10]. Такие оценки, в сущности, является нормированными на максимальное значение, например, пять баллов (показатели каждой альтернативы сравнивают с эталонным значением). Поэтому матрица оценок показателей альтернатив не нуждается в приведении к сопоставимому виду. Это замечание относится и к оценкам весовых коэффициентов показателей. Однако для унификации расчетов по всем рассмотренным ниже методам МКРА и корректного сравнения результатов в случае балльных оценок нужно выполнять нормировку данных на единицу. После приведения показателей к сопоставимому виду, значения всех показателей эталона станут равными единице, а показатели брака — равными нулю, значения наблюдаемых показателей будут принадлежать интервалу (0;1).

Следующим этапом методики является расчет ИПК. Для этого используют различные меры сходства или различия объекта с эталоном [1, 11, 12]. В дальнейшем мы будем использовать меру сходства, т. к. меры различия могут быть легко преобразованы в меры сходства [11, с. 21].

В качестве меры сходства в квалиметрии используют средние взвешенные значения показателей объектов, а именно [3, с. 121]:

среднее гармоническое: $$Q_1 = \left(\sum_{n=1}^{n=N} \frac{w_n}{q_n}\right)^{-1}, \quad (5)$$

среднее геометрическое: $$Q_2 = \prod_{n=1}^{n=N} q_n^{w_n}, \quad (6)$$

среднее арифметическое: $$Q_3 = \sum_{n=1}^{n=N} w_n \times q_n, \quad (7)$$

среднее квадратическое: $$Q_4 = \left(\sum_{n=1}^{n=N} w_n \times q_n^2\right)^{\frac{1}{2}}, \quad (8)$$

где q_n — значение n-го показателя.

В формулах (5) – (8) весовые коэффициенты w_n должны быть нормированы на единицу по формуле (1), а показатели q_n — приведены к сопоставимому виду по одной из формул (2) – (4) в соответствии с типом показателя. Отметим, что в качестве меры можно использовать выражение вида (8), с показателем степени равным любому натуральному числу. Известно [3, с. 125], что меры Q_1 – Q_4 связаны неравенствами:

$$Q_1 \le Q_2 \le Q_3 \le Q_4. \quad (9)$$

Эти неравенства говорят о том, что среднее гармоническое и среднее геометрическое дают заниженные значения ИПК (пессимистичные оценки) по сравнению со средним арифметическим, а среднее квадратическое — завышенные (оптимистичная оценка). Среднее арифметическое можно интерпретировать как нейтральную оценку ИПК. Это означает, что в случае высокой стоимости неправильного выбора наилучшей альтернативы для ранжирования альтернатив целесообразно пользоваться мерами сходства (5) или (6). На практике наиболее часто используют среднее арифметическое. Тем не менее следует иметь ввиду, что меру сходства для расчета ИПК необходимо выбирать не по соображениям удобства, а исходя из анализа поведения ИПК в зависимости от значений показателей объекта (линейное или нелинейное поведение объекта).

Ранжирование альтернатив с помощью МВСМ практически полностью совпадает с описанной обобщенной методикой. При этом чаще всего используют меру (7) для вычисления ИПК.

Применение нечетко-множественного подхода к МКРА влечет за собой использование функций принадлежности (ФП) значений каждого показателя области предпочтения лица, принимающего решения (ЛПР). На рис. 1 показаны примеры ФП. На оси абсцисс отложены значения показателя (в баллах), а на оси ординат — значения ФП. Для показателей-стимуляторов используют возрастающие ФП (рис. 1, кривая 1), для дестимуляторов — убывающие (рис. 1, кривая 2), а для показателей, значения которых должны иметь фиксированное значение, используют П-образные ФП (рис. 1, кривая 3). При этом можно использовать гладкие S-образные функции или их кусочно-линейные аппроксимации (Z-образные ФП). Подготовка ФП легко автоматизируется и не требует специальных навыков.

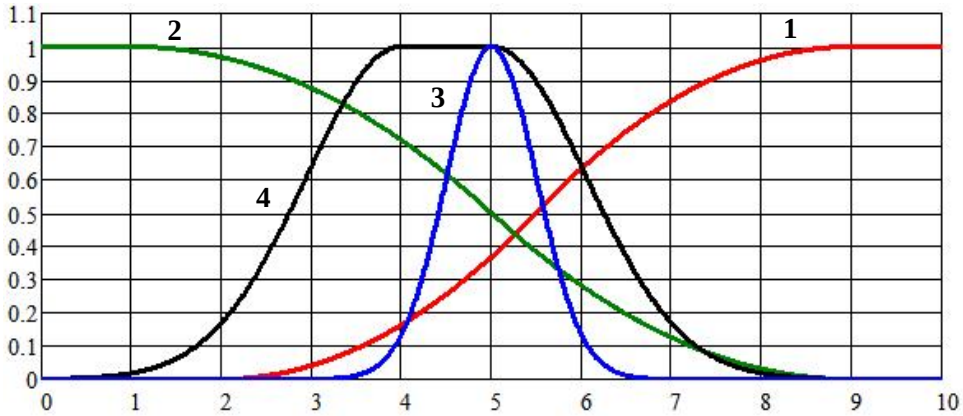

Рис. 1. Варианты функций принадлежности (Построено автором)

Отметим, что функции (2) – (4) можно рассматривать как кусочно-линейные аппроксимации ФП 1–3, показанных на рис. 1. Поэтому исходные данные для МНМР совпадают с исходными данными для МВСМ. На практике оптимальные, с точки зрения ЛПР, значения показателей часто должны располагаться в некотором диапазоне. В таких случаях целесообразно использовать ФП LR-типа (рис. 1, кривая 4). Для приведения оценок показателей к сопоставимому виду элементы матрицы оценок подставляют в формулы соответствующих ФП.

Интегральный показатель качества альтернативы в МНМР вычисляют как пересечение взвешенных ФП каждой альтернативы по одной из формул [14]:

$$Q_5 = \min\{w_n \mu_n(x_n)\}, \tag{10}$$

$$Q_6 = \min\{\mu_n(x_n)^{w_n}\}, \tag{11}$$

где w_n, x_n — то же, что и в (5) – (8); $m_n(x_n)$ — ФП n-го показателя. Лучшей считается альтернатива, имеющая максимальное значение ИПК.

Отметим, что в МВСМ показатели альтернатив также можно приводить к сопоставимому виду с использованием ФП, показанных на рис. 1. Это позволит более точно учесть предпочтение (мнение) ЛПР при настройке метода на решение конкретной задачи.

Таким образом, МНМР, по существу, отличается от МВСМ лишь используемыми мерами сходства альтернатив с эталоном. Следует также отметить, что эти два метода МКРА требуют практически одинаковых ресурсов на выполнение исследований. Однако результаты расчетов ИПК этими методами могут существенно отличаться вследствие различия используемых мер сходства.

Метод анализа иерархий отличается оригинальным и весьма трудоемким способом приведения данных к сопоставимому виду. Суть этого метода состоит в многократном парном сравнении выбранного показателя всех альтернатив (см. пример 2).

Метод нейросетевого ранжирования альтернатив также выполняется по общей схеме, но отличается от описанных выше методов способом вычисления ИПК. В данном методе ИПК вычисляют с помощью простейшей нейронной сети, количество нейронов которой равно количеству показателей, описывающих альтернативы.

В качестве активационных функций нейронов на практике часто используют сигмоидальную функцию [13, с. 20]. В нашем случае такой выбор приводит к следующим функциям для вычисления ИПК:

$$Q_7 = 1/\left\{\alpha + \exp\left[-\sum_{n=1}^{N} w_n \times x_n\right]\right\}, \tag{12}$$

$$Q_8 = \sum_{n=1}^{N} w_n / [\alpha + \exp(-x_n)], \qquad (13)$$

где использованы те же обозначения, что и в (5) – (8); 0 < a ≤ 1 — параметр для настройки функции отклика, влияющий на «чувствительность» ИПК к изменениям показателей альтернатив.

Как известно, перед использованием нейронная сеть должна быть обучена [13]. Однако в случае МКРА в этом нет необходимости, т. к. на выходе сети должно получаться только одно число — значение ИПК для приведенных к сопоставимому виду показателей альтернативы. Расчеты показали, что меры сходства (12) и (13) дают абсолютно одинаковые значения ИПК.

Отметим, что задача МКРА по сути представляет собой задачу исследования на максимум одной их функций Q_1 – Q_8 на дискретном множестве точек многомерного пространства, путем подстановки в целевую функцию показателей альтернатив (координат точек). Так как весовые коэффициенты и показатели альтернатив нормированы на единицу, максимальные значения всех мер сходства Q_1 – Q_6 равны единице. Меры Q_7 и Q_8 можно привести к этому значению с помощью параметра a (обучение сети), подставив в (12) и (13) значения $x_n = 1$ для всех n.

Рассмотрим несколько иллюстративных примеров применения МКРА. Так как МКРА не ограничивается рассмотренными выше методами, то мы рассмотрим примеры, взятые из хорошо известных источников, в которых используются другие методы, чтобы расширить набор сравниваемых методов.

Пример 1. Диагностика кризисного состояния банка [8, с. 122–131]. Необходимо по данным табл. 1 определить, находится ли тестируемый банк ($X_т$) в кризисном состоянии или нет. В качестве показателей, характеризующих состояние банка, возьмем: валюту баланса-нетто (денежные единицы), коэффициент общей ликвидности (КОЛ, относительные единицы) и рентабельность собственного капитала (%).

Таблица 1. Показатели работы банков *

Показатели	Банки (альтернативы)									
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	$X_т$
Валюта	31,33	32,78	35,61	30,54	12,25	13,09	7,65	9,98	8,77	33,2
КОЛ	4,15	3,34	5,56	4,76	2,98	3,01	2,38	2,73	2,91	5,58
Рентабельность	79	81	82	80	66	69	58	71	55	79

* Составлено по материалам [8, с. 124]

Как следует из данных табл. 1, используемые показатели имеют существенно отличающиеся значения и разный экономический смысл (размерность). Поэтому исходные данные обязательно нужно привести к сопоставимому виду. Все показатели являются стимуляторами, следовательно, необходимо использовать формулу (2). В качестве показателей эталона возьмем следующие показатели: E = {36; 6; 83}. В случае стимуляторов показатели эталона должны «слегка» превышать лучшие достигнутые значения. Показатели брака возьмем «немного» меньше, чем худшие достигнутые значения: B = {6; 2; 50}.

После приведения исходных данных табл. 1 к сопоставимому виду по формуле (2) получим данные табл. 2.

Таблица 2. Показатели, приведенные к сопоставимому виду *

Показатели	Банки (альтернативы)									
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	$X_т$
Валюта	0,84	0,89	0,99	0,82	0,21	0,24	0,06	0,13	0,09	0,90
КОЛ	0,54	0,34	0,89	0,69	0,25	0,25	0,10	0,18	0,23	0,90
Рентабельность	0,88	0,94	0,97	0,91	0,49	0,58	0,24	0,64	0,15	0,88

* Рассчитано автором

Возьмем весовые коэффициенты всех показателей одинаковыми. После их нормировки на единицу получим следующие значения: w = {0,33; 0,33; 0,33}.

Относительные значения ИПК альтернатив, вычисленные по формулам (5) – (8), приведены в табл. 3. Данные табл. 3 комплексно отражают эффективность работы банков. Отметим, что для каждого банка (X_1 – $X_т$) показатели Q_1 – Q_4 растут сверху вниз в каждом столбце, что соответствует приведенному выше неравенству (9).

Данные табл. 2 использованы и для вычисления ИПК методом нечетко-множественного ранжирования по формулам (10) и (11), а также и МНСР по формуле (12) (a = 0,01).

Как видим, результаты, полученные тремя методами МКРА, хорошо согласуются и позволяют утверждать, что тестируемый банк занимает вторую позицию по уровню эффективности финансово-хо-

Таблица 3. Интегральные показатели эффективности работы банков *

ИПК	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	$X_т$
Q_1	0,757	0,613	1	0,840	0,289	0,319	0,096	0,217	0,145	0,943
Q_2	0,777	0,691	1	0,845	0,307	0,343	0,114	0,262	0,155	0,943
Q_3	0,794	0,761	1	0,849	0,330	0,374	0,138	0,334	0,166	0,942
Q_4	0,810	0,814	1	0,854	0,354	0,408	0,162	0,410	0,175	0,941
Q_5	0,604	0,376	1	0,775	0,234	0,266	0,062	0,149	0,104	0,987
Q_6	0,845	0,722	1	0,919	0,616	0,643	0,395	0,530	0,470	0,996
Q_7	0,826	0,801	1	0,869	0,536	0,558	0,448	0,538	0,459	0,947

* Рассчитано автором

зяйственной деятельности в сравнении с другими рассмотренными банками.

Отметим, что рейтинг (ИПК) предприятий дает ответ лишь на вопрос о том, какое из них работает лучше других по совокупности показателей, но не отвечает на вопросы, почему и хорошо ли работает предприятие с точки зрения экономической теории. Поэтому, во-первых, при расчете рейтинга необходимо качественно выполнять все пункты приведенной выше обобщенной методики рейтингования объектов, во-вторых, после расчета ИПК необходимо выполнять содержательную интерпретацию результатов. Так как в нашу задачу входит лишь сравнение эффективности работы банков, то мы на этом и остановимся, тем более что в [8] дан точно такой же ответ на поставленный вопрос.

В связи с тем, что исходные данные этого примера представляют собой объективные данные о работе банков (см. табл. 1), применение МАИ для рейтингования банков лишено всякого смысла, хотя и возможно.

Пример 2. Рассмотрим задачу, в которой исходные данные заданы экспертным методом (в баллах). Банки при кредитовании клиентов выполняют оценку состоятельности последних. Очевидно, что при принятии решений о выдаче кредита банки преследуют две цели: получение максимальной выгоды и минимизация рисков финансовых потерь.

Для оценки эффективности кредита под строительство здания используют следующие показатели: местоположение строящегося здания, качество отделки, оценка активов строительной компании, оценка дохода клиента, величина подлежащих уплате процентов согласно предполагаемому плану выплат по взятому кредиту [9, с. 445–466]. Предположим, что оценки указанных показателей выполнены экспертным методом и заданы в баллах по 10-балльной шкале (табл. 4). Данные для объектов X_1 и X_2 взяты из [9, с. 475]; данные третьего объекта добавлены автором для усложнения задачи.

Таблица 4. Оценки показателей объектов инвестиций *

Показатель	X_1	X_2	X_3
Местоположение	8	3	7
Качество отделки	8	5	6
Активы	9	4	7
Доход	9	4	8
Величина процентов	5	2	3

* Составлено автором

В данном случае все показатели являются стимуляторами. Зададим значения всех показателей эталона равными 10 баллам, а брака — 0 баллам; весовые коэффициенты показателей возьмем одинаковыми и равными 0,2; параметр МНСР $\alpha = 0{,}9$.

В табл. 5 приведены результаты расчета интегральной оценки инвестиционной привлекательности объектов предполагаемых инвестиций (ИПК не нормировались на единицу).

Таблица 5. Интегральный показатель инвестиционной привлекательности *

ИПК	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Q_7	Q_9
X_1	0,744	0,763	0,78	0,794	0,10	0,871	0,736	0,450
X_2	0,326	0,344	0,36	0,374	0,04	0,725	0,626	0,208
X_3	0,549	0,588	0,62	0,643	0,06	0,786	0,695	0,342

* Рассчитано автором

Очевидно, что коэффициенты инвестиционной привлекательности, рассчитанные разными методами, хорошо согласуются. В [9] для оценки ИПК использован метод нечеткого логического вывода. Этот метод требует создания базы правил логического вывода. Для решения данной задачи в [9] сформирована база, состоящая из 40 правил. Применение метода нечеткого логического вывода дало для первых двух объектов оценки ИПК равные 0,775 и 0,342 соответственно. Как видим, эти оценки очень близки к оценкам, полученным МВСМ.

Решим эту задачу методом анализа иерархий. Исходными данными для МАИ являются балльные оценки показателей. Эти оценки должны быть приведены к сопоставимому виду с помощью специальной процедуры попарного сравнения. Это итерационная процедура, состоящая из следующих шагов:

1) оценить каждый показатель для всех альтернатив (табл. 4);

2) «исключить» одну (первую) альтернативу из набора альтернатив и снова оценить показатель для меньшего числа альтернатив;

3) выполнять п. 2 до тех пор, пока не закончатся альтернативы (в результате для каждого показателя получится соответствующая квадратная матрица парных сравнений;

4) перейти к пунктам 2–3 для следующего показателя.

После выполнения описанной процедуры получатся МПС показателей в количестве, равном количеству показателей (в нашем случае пять матриц). Матрицы будут квадратными с размерностью, равной количеству альтернатив (в нашем случае 3 × 3). Таким образом, для исходных данных табл. 4 получаем следующую таблицу попарно оцененных показателей (табл. 6). Первые три строки табл. 6 содержат исходные матрицы оценок показателей для каждого объекта (матрицы А1). Первая строка матриц А1 взята из табл. 4. Вторая строка каждой матрицы А1, начиная с диагонального элемента, получена путем повторной (пере) оценки показателей альтернатив. При этом первая альтернатива больше не учитывается (т. е. в данном случае сравниваем только две оставшиеся альтернативы). По мнению автора МАИ, это позволяет более точно сравнить альтернативы по каждому показателю. Так как альтернатив стало меньше, то балльные оценки показателей изменяются («уточняются»). Поэтому они слегка отличаются от оценок верхней строки. Затем эта процедура повторяется для следующей альтернативы в соответствии с приведенной выше инструкцией. Так как у нас только три альтернативы, то матрицы А1 имеют размерность 3 × 3. После уточнения оценок всех показателей получим пять матриц (в соответствии с количеством показателей, см. матрицы А1 в табл. 6).

Таблица 6. Решение задачи с помощью МАИ *

Параметр	Местоположение			Отделка			Активы			Доход			Проценты		
А1	8	3	7	8	5	6	9	4	7	9	4	8	5	2	3
	0	4	8	0	6	7	0	5	7	0	5	9	0	2	4
	0	0	7	0	0	6	0	0	6	0	0	5	0	0	2
А2	1	8/3	8/7	1	8/5	8/6	1	9/4	9/7	1	9/4	9/8	1	5/2	5/3
	3/8	1	4/8	5/8	1	6/7	4/9	1	5/7	4/9	1	5/9	2/5	1	2/4
	7/8	2	1	6/8	7/6	1	7/9	7/5	1	8/9	9/5	1	3/5	2	1
λ	3,003			3,000			3,006			3,001			3,009		
Ic, %	0,132			0,004			0,277			0,062			0,460		
Oc, %	0,254			0,008			0,532			0,119			0,885		
q	0,45	0,18	0,37	0,42	0,27	0,31	0,45	0,22	0,33	0,43	0,20	0,37	0,49	0,18	0,33

* Рассчитано автором

Отметим, что процедура «переоценки» показателя оставшихся альтернатив (элементов строк, начиная с диагонального) никак не регламентируется, т. е. основана на здравом смысле и предпочтениях эксперта. Именно по этой причине далее выполняется оценка согласованности МПС.

На этапе балльной оценки показателей элементы матриц оценок, лежащие под главной диагональю, могут иметь любые значения, положим их равными нулю.

Теперь необходимо привести данные к сопоставимому виду. Для этого выразим оценки показателей в относительных единицах. Строки матриц относительных оценок вычисляют следующим образом: значение диагонального элемента каждой строки делят на элементы, расположенные справа, и замещают соответствующий элемент строки (см. матрицы А2 в табл. 6). В результате на главной диагонали матрицы парных сравнений появятся единицы. Элементы, расположенные под главной диагональю, равны обратным значениям элементов верхней треугольной матрицы, симметричным относительно главной диагонали (см. матрицы А2).

В процессе многократной переоценки показателей альтернатив неизбежно совершают ошибки[1]. Поэтому следующим этапом процедуры приведения данных к сопоставимому виду в МАИ является проверка согласованности оценок показателей с помощью матриц парных сравнений (оценка допущенных ошибок при оценке показателей). Для этого вычисляют максимальное собственное число матриц А2. Все современные системы автоматизированных вычислений содержат встроенные процедуры решения этой задачи. Мы воспользовались встроенной процедурой svds (А2) системы математических вычислений Mathcad. Значения максимальных собственных чисел матриц А2 (l) приведены в табл. 6. В [5] показано, что у абсолютно согласованной матрицы максимальные собственные числа равны размерности матрицы. В нашем случае все числа l слабо отличаются от 3. Это является следствием того, что мы

[1] По мнению Т. Саати, переоценка показателей наоборот улучшает оценки показателей альтернатив. Тогда зачем проверять согласованность МПС?

оценивали показатели только трех альтернатив, поэтому наши оценки непротиворечивы (согласованы). Следующим этапом проверки согласованности МПС является расчет индекса согласованности матрицы по формуле:

$$I_c = (\lambda - n)/(n-1), \quad (14)$$

где n — размерность матрицы.

В МАИ хорошо согласованной считают матрицу, индекс согласованности которой не превосходит 10 %. Как видим, в нашем случае это условие выполняется.

Еще одним критерием согласованности МПС является отношение согласованности, которое вычисляют по формуле:

$$O_c = I_c / R_c, \quad (15)$$

где R_c — случайный индекс согласованности[1] [5, 6]. Для матриц размерности 3×3 $R_c = 0{,}52$. Матрица считается хорошо согласованной, если отношение согласованности не превосходит 10 % [5]. Очевидно, это условие выполняется для всех пяти МПС (см. табл. 6).

Выполнив все перечисленные проверки согласованности и убедившись, что МПС хорошо согласованы, можно вычислить главные собственные векторы МПС, соответствующие главным собственным числам; в противном случае вся процедура повторяется с самого начала. Затем эти собственные векторы нормируют на единицу по формуле (1). В последней строке табл. 6 приведены нормированные собственные векторы всех МПС, которые в МАИ представляют собой строки матрицы исходных данных, приведенные к сопоставимому виду.

Используя данные последней строки табл. 6 (для первой альтернативы q = {0,45; 0,42; 0,45; 0,43; 0,49}) и указанные выше весовые коэффициенты показателей, получим ИПК альтернатив, приведенные в последнем столбце табл. 5 (Q_9). Эти оценки ИПК получены по формуле (7), согласно МАИ [5]. Как видим, значения ИПК, полученные с помощью МАИ, хорошо согласуются с результатами, полученными другими методами. Однако трудоемкость МАИ столь высока, что в соответствии с приведенным выше определением эффективности метода МКРА, эффективность МАИ стремиться к нулю.

Пример 3. На практике приходится решать задачи значительно большей размерности, чем в рассмотренных примерах. При этом различие между рассматриваемыми методами проявляется более существенно. Продемонстрируем это на соответствующем примере. В табл. 7 приведен фрагмент матрицы показателей 73 предприятий. Необходимо найти наиболее привлекательные для инвестиций предприятия.

Таблица 7. Показатели годовой отчетности предприятий *

Показатели	№ предприятия							
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1. Объем продаж (д. е)	3222	1691	2197	2358	8129	209	9254	11851
2. Численность работников (тыс. чел.)	42	21	39	23	35	3	151	23
3. Стоимость материальных ресурсов (д. е.)	148	93	67	60	297	14	1431	394
4. Стоимость нематериальных ресурсов (д. е.)	31	29	56	70	29	15	121	20
5. Издержки на производство (д. е.)	2285	1057	1387	1744	7423	176	6188	10942
6. Оплата труда (д. е.)	600	343	661	26	1178	2	2125	2556
7. Расходы на рекламу (д. е.)	118	115	96	52	13	2	96	12
8. Расходы на исследования и разработки (д. е.)	28	9	11	9	9	715	335	15

* Составлено автором

В качестве показателей-стимуляторов возьмем: объем продаж, стоимость материальных ресурсов, стоимость нематериальных ресурсов, расходы на исследования и разработки. Весовые коэффициенты всех показателей возьмем одинаковыми и равными 0,125.

Так как предприятий довольно много, то определение значений показателей эталона и брака выполним в автоматическом режиме, путем увеличения и уменьшения лучших и худших значений показателей на 5 %. В результате получим показатели эталона *E* = {12443,55; 0,95; 1502,55; 227,85; 1,9; 0,95; 0,95; 750,75}, а брака *B* = {6,65; 158,55; 0,95; 0,95; 11489,1; 3364,2; 444,15; 0,95}. Номера показателей эталона и брака соответствуют номерам показателей в табл. 7.

На рис. 2 показаны ИПК, рассчитанные с использованием мер сходства, указанных на графиках. Как видим, результаты существенно различны.

[1] По мнению автора статьи, эта оценка согласованности МПС является излишней и вредной. Вследствие того, что R_c для матриц размерности больше четырех имеют значения больше единицы [6], O_c становится меньше I_c, что улучшает оценку согласованности МПС, а это — самообман.

Для устранения неопределенностей в трактовке результатов МКРА, прежде всего, необходимо удалить из набора данных сильно коррелирующие показатели [1]. Для выявления таких показателей следует использовать положения экономической теории. В нашем случае можно рассчитать коэффициенты парной корреляции строк табл. 7, так как эти данные уже собраны.

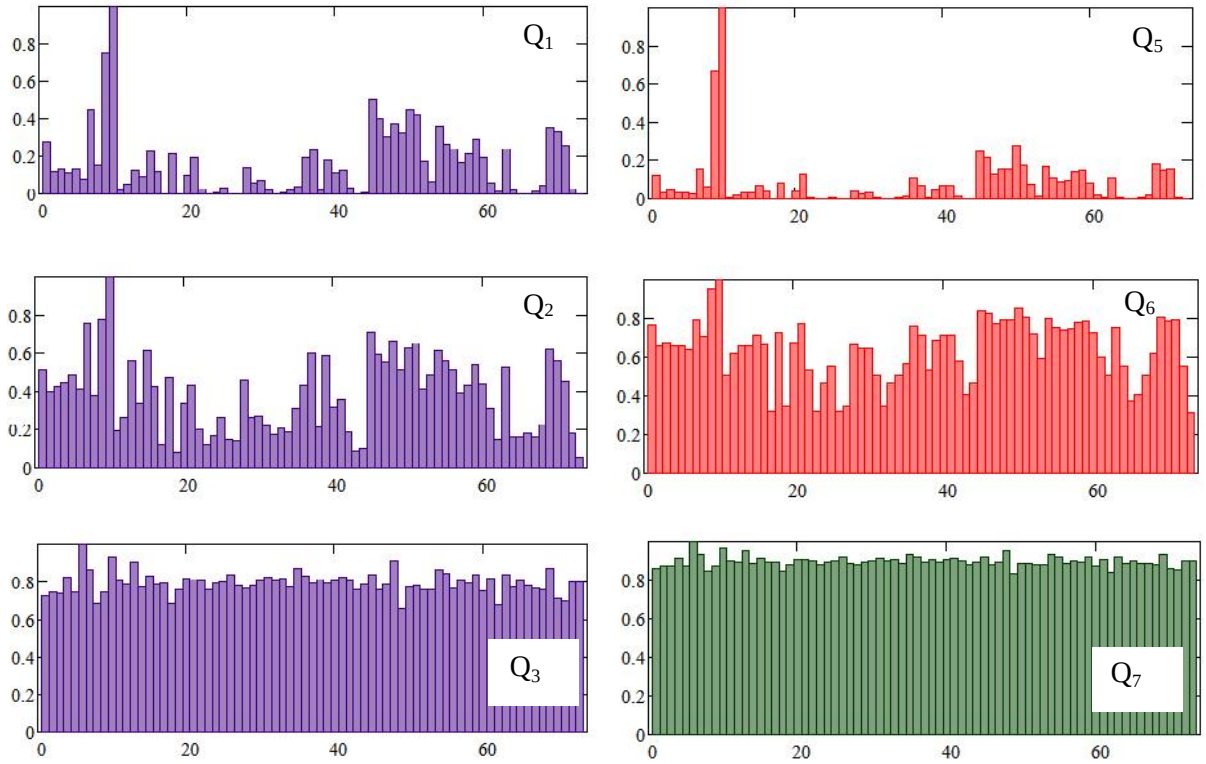

Рис. 2. Коэффициенты инвестиционной привлекательности предприятий (Построено автором)

В табл. 8 приведены коэффициенты парной корреляции показателей, использованных для расчета ИПК. Как следует из данных табл. 8, наблюдается сильная корреляция между показателями 1, 2, 3, 5 и 6, поэтому удалим из табл. 7 строки 2, 3, 5 и 6.

Таблица 8. Коэффициенты корреляции показателей *

№	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	0,749	0,789	0,394	0,980	0,903	0,220	0,304
2	0,749	1	0,776	0,499	0,645	0,717	0,345	0,369
3	0,789	0,776	1	0,391	0,709	0,759	0,116	0,448
4	0,394	0,499	0,391	1	0,338	0,129	0,410	0,047
5	0,980	0,645	0,709	0,338	1	0,883	0,107	0,246
6	0,903	0,717	0,759	0,129	0,883	1	0,013	0,395
7	0,220	0,345	0,116	0,410	0,107	0,013	1	-0,013
8	0,304	0,369	0,448	0,047	0,246	0,395	-0,013	1

* Рассчитано автором

После удаления из табл. 7 сильно коррелирующих данных, были повторно рассчитаны ИПК. Полученные результаты ($Q_1 – Q_7$) оказались более согласованными и определенными. Дальнейшее повышение определенности МКРА может быть получено путем разделения предприятий на кластеры (однородные группы) [11, 12], а также путем использования удельных показателей (рентабельности, фондовооруженности и т. д.).

Отметим, что решение этой задачи с помощью МАИ потребовало бы формирования четырех МПС размерности 73 × 73; такие задачи в МАИ даже не предполагаются [5, 6].

В заключение сделаем несколько общих замечаний. Разработав специальную шкалу для интерпретации значения ИПК [10, 15], полученным значениям ИПК можно придать более точный смысл, чем просто ранжировать альтернативы по возрастанию или убыванию ИПК.

Приведенные выше примеры решения некоторых задач показывают, что рассмотренные меры сходства объектов с эталоном обладают существенно различной чувствительностью к малым вариациям показателей. В связи с этим целесообразно ввести понятие разрешающей способности метода МКРА,

под которой следует понимать способность метода различать слабо отличающиеся объекты. Методы с высокой разрешающей способностью должны «улавливать слабые сигналы», поступающие от объекта исследования, что весьма важно при мониторинге состояния объекта [8, 16]. Материалы, приведенные выше, показывают, что высокой разрешающей способностью обладают меры Q_1, Q_2 и Q_5. Низкая разрешающая способность присуща мерам Q_4, Q_7 и Q_8, поэтому эти меры целесообразно использовать при анализе «зашумленных» данных. Меры Q_3 и Q_6 обладают средней разрешающей способностью, это, по-видимому, является одной из причин наиболее частого использования МВСМ на практике.

Метод взвешенной суммы мест иногда критикуют за субъективную оценку весовых коэффициентов показателей экспертным методом, противопоставляя ему МАИ. Ответ на эту критику дан в многочисленных работах Г.Г. Азгальдова. Со своей стороны, добавим, что исходные данные для МАИ те же, что и для МВСМ (см. пример 2). Поэтому трудно представить, что квалифицированный эксперт неверно оценит весовые коэффициенты показателей и, воспользовавшись МАИ, исправит ошибки. В лучшем случае, проверка согласованности МПС укажет на ошибки при ее формировании, в худшем — при подготовке МПС будут сделаны ошибки, которые придется исправлять. Также не следует забывать, что на этапе подготовки данных для исследования необходимо учитывать цель исследования, обоснованно выбирать показатели, характеризующие объекты исследования, а также обосновать значения весовых коэффициентов показателей, причем в реальных задачах все перечисленное выполняется в письменном виде. Если после этого у эксперта есть сомнения в том, что он правильно оценил весовые коэффициенты показателей, то тогда можно воспользоваться МАИ для уточнения их оценок. В случае, когда МКРА выполняется группой экспертов, для оценки весовых коэффициентов и показателей объектов необходимо применять методы статистической обработки данных [15]. Таким образом, указанная критика, по нашему мнению, совершенно не обоснована.

Область применения МКРА столь широка, что затруднительно даже перечислить примеры его применения. В приведенном ниже списке литературы рассмотрено множество других примеров использования МКРА, в частности, смотрите [6, 17, 18].

ВЫВОДЫ

1. Все рассмотренные методы МКРА, а также многие другие, работают по обобщенному алгоритму.
2. Наибольшее влияние на эффективность МКРА оказывают способ приведения данных к сопоставимому виду и мера сходства объекта с эталоном.
3. Рассмотренные меры сходства Q_1 – Q_9 существенно отличаются разрешающей способностью (чувствительностью к малым изменениям входных данных). Поэтому метод расчета ИПК должен соответствовать решаемой задаче.
4. Для корректной работы любого метода необходимо в набор показателей, по которым сравниваются объекты, включать только показатели с низкой корреляцией.
5. При отсутствии требования высокой или низкой чувствительности метода к малым вариациям исходных данных наиболее эффективным является метод взвешенной суммы мест.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азгальдов Г.Г. Теория и практика оценки качества товаров (основы квалиметрии) / Г.Г. Азгальдов. — М.: Экономика, 1982. — 256 с.
2. Андрейчиков А.В. Анализ, синтез, планирование решений в экономике / А.В. Андрейчиков, О.Н. Андрейчикова. — М.: Финансы и статистика, 2000. — 368 с.
3. Оглазьнева Л.А. Квалиметрия / Л.А. Оглазьнева. — Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012. — 215 с.
4. Плюта В. Сравнительный многомерный анализ в экономических исследованиях: Методы таксономии и факторного анализа / В. Плюта. — М.: Статистика, 1980. — 151 с.
5. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати. — М.: Радио и связь, 1993. — 278 с.
6. Саати Т.Л. Об измерении неосязаемого. Подход к относительным измерениям на основе главного собственного вектора матрицы парных сравнений / Т.Л. Саати [Электронный ресурс] // Cloud of Science. — 2015. — Т. 2. № 1. — Режим доступа: cloudofscience.ru (дата обращения: 11.02.2018).
7. Ishizaka A. Multi-criteria decision analysis: methods and software / A. Ishizaka, Ph. Nemery. — John Wiley & Sons, Ltd, 2013. — 300 p.
8. Фомин Я.А. Диагностика кризисного состояния предприятия / Я.А. Фомин. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. — 349 с.
9. Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH / А.В. Леоненков. — СПб.: БХВ-Петербург, 2005. — С. 464–477.
10. Клевец Н.И. Оценка уровня компетенций персонала предприятия / Н.И. Клевец, З.О. Османова // Менеджмент в России и за рубежом. — 2017. — № 1. — С. 96–102.
11. Дюран Б. Кластерный анализ / Б. Дюран, П. Оделл. — М.: «Статистика», 1977. — С. 16–23.
12. Мандель И.Д. Кластерный анализ / И.Д. Мандель. — М.: Финансы и статистика. 1988. — С. 30–35.
13. Рутковская Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская, М. Пилиньский, Л. Рутковский; пер. с польск. И.Д. Рудинского — М.: Горячая линия — Телеком, 2006. — 452 с.
14. Беллман Р. Принятие решений в расплывчатых условиях / Р. Беллман, Л. Заде // В кн.: Вопросы анализа и процедуры принятия решений. — М.: Мир, 1976. — С. 172–215.

15. Цветкова И.И., Клевец Н.И. Оценка имиджа торгового предприятия / И.И. Цветкова, Н.И. Клевец [Электронный ресурс] // Экономика и менеджмент инновационных технологий. — 2016. — № 12. — Режим доступа: ekonomika.snauka.ru/2016/12/13564 (дата обращения: 11.02.2018).

16. Клевец Н.И. Динамический анализ состояния предприятия / Н.И. Клевец [Электронный ресурс] // Устойчивое развитие социально-экономической системы Российской Федерации: Материалы XVII научно-практической конференции, пгт. Гурзуф, 04 декабря 2015 г. — Симферополь: ИТ «АРИАЛ», 2016. — С. 200–204. — Режим доступа: elibrary.ru/item.asp?id=27306646 (дата обращения: 11.02.2018).

17. Клевец Н.И. Рейтинг в анализе финансово-хозяйственной деятельности предприятия / Н.И. Клевец // Известия сельскохозяйственной науки Тавриды. — 2015. — № 3 (166). — С. 115–125.

18. Азгальдов Г.Г. Квалиметрия и бизнес / Г.Г. Азгальдов, А.В. Костин // Менеджмент инноваций. — 2011. — № 4 (16). — С. 284–296.

SPISOK LITERATURY

1. Azgal'dov G.G. Teoriya i praktika otsenki kachestva tovarov (osnovy kvalimetrii) / G.G. Azgal'dov. — M.: Ekonomika, 1982. — 256 s.

2. Andreychikov A.V. Analiz, sintez, planirovaniye resheniy v ekonomike / A.V. Andreychikov, O.N. Andreychikova. — M.: Finansy i statistika, 2000. — 368 s.

3. Oglaz'neva L.A. Kvalimetriya / L.A. Oglaz'neva. — Tomsk: Izd-vo Tomskogo politekhnicheskogo universiteta, 2012. — 215 s.

4. Plyuta V. Sravnitel'nyy mnogomernyy analiz v ekonomicheskikh issledovaniyakh: Metody taksonomii i faktornogo analiza / V. Plyuta. — M.: Statistika, 1980. — 151 s.

5. Saati T. Prinyatiye resheniy. Metod analiza iyerarkhiy / T. Saati. — M.: Radio i svyaz', 1993. — 278 s.

6. Saati T.L. Ob izmerenii neosyazayemogo. Podkhod k otnositel'nym izmereniyam na osnove glavnogo sobstvennogo vektora matritsy parnykh sravneniy / T.L. Saati [Elektronnyy resurs] // Cloud of Science. — 2015. — T. 2. № 1. — Rezhim dostupa: cloudofscience.ru. (data obrashcheniya: 11.02.2018).

7. Ishizaka A. Multi-criteria decision analysis: methods and software / A. Ishizaka, Ph. Nemery. — John Wiley & Sons, Ltd, 2013. — 300 p.

8. Fomin Ya.A. Diagnostika krizisnogo sostoyaniya predpriyatiya / Ya.A. Fomin. — M.: YUNITI-DANA, 2003. — 349 s.

9. Leonenkov A.V. Nechetkoye modelirovaniye v srede MATLAB i fuzzyTECH / A.V. Leonenkov. — SPb.: BKHV-Peterburg, 2005. — S. 464–477.

10. Klevets N.I. Otsenka urovnya kompetentsiy personala predpriyatiya / N.I. Klevets, Z.O. Osmanova // Menedzhment v Rossii i za rubezhom. — 2017. — № 1. — S. 96–102.

11. Dyuran B. Klasternyy analiz / B. Dyuran, P. Odell. — M.: «Statistika», 1977. — S. 16–23.

12. Mandel' I.D. Klasternyy analiz / I.D. Mandel'. — M.: Finansy i statistika. 1988. — S. 30–35.

13. Rutkovskaya D. Neyronnyye seti, geneticheskiye algoritmy i nechetkiye sistemy / D. Rutkovskaya, M. Pilin'skiy, L. Rutkovskiy; per. s pol'sk. I.D. Rudinskogo — M.: Goryachaya liniya — Telekom, 2006. — 452 s.

14. Bellman R. Prinyatiye resheniy v rasplyvchatykh usloviyakh / R. Bellman, L. Zade // V kn.: Voprosy analiza i protsedury prinyatiya resheniy. — M.: Mir, 1976. — S. 172–215.

15. Tsvetkova I.I., Klevets N.I. Otsenka imidzha torgovogo predpriyatiya / I.I. Tsvetkova, N.I. Klevets [Elektronnyy resurs] // Ekonomika i menedzhment innovatsionnykh tekhnologiy. — 2016. — № 12. — Rezhim dostupa: ekonomika.snauka.ru/2016/12/13564 (data obrashcheniya: 11.02.2018).

16. Klevets N.I. Dinamicheskiy analiz sostoyaniya predpriyatiya / N.I. Klevets [Elektronnyy resurs] // Ustoychivoye razvitiye sotsial'no-ekonomicheskoy sistemy Rossiyskoy Federatsii: Materialy XVII nauchno-prakticheskoy konferentsii, pgt. Gurzuf, 04 dekabrya 2015 g. — Simferopol': IT «ARIAL», 2016. — S. 200–204. — Rezhim dostupa: elibrary.ru/item.asp?id=27306646 (data obrashcheniya: 11.02.2018).

17. Klevets N.I. Reyting v analize finansovo-khozyaystvennoy deyatel'nosti predpriyatiya / N.I. Klevets // Izvestiya sel'skokhozyaystvennoy nauki Tavridy. — 2015. — № 3 (166). — S. 115–125.

18. Azgal'dov G.G. Kvalimetriya i biznes / G.G. Azgal'dov, A.V. Kostin // Menedzhment innovatsiy. — 2011. — № 4 (16). — S. 284–296.

Статья поступила в редакцию 23 февраля 2018 года

Статья одобрена к печати 28 марта 2018 года