УДК 330.131.7

Ремесник Елена Сергеевна,
ассистент кафедры бизнес-информатики и математического моделирования,
Крымский федеральный университет им. В. И. Вернадского,
г. Симферополь.

Remesnik Elena Sergeevna,
Assistant at the Department of Business Informatics and Mathematical Modeling,
V.I. Vernadsky Crimean Federal University,
Simferopol.

ЗАВИСИМОСТЬ МНОЖЕСТВА ЭФФЕКТИВНЫХ ПОРТФЕЛЕЙ ОТ ОЦЕНКИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СРЕДЫ[1]

DEPENDENCE OF A LOT OF EFFECTIVE PORTFOLIOS FROM ESTIMATION OF DISTRIBUTION OF PROBABILITY OF ECONOMIC ENVIRONMENT

В статье для задачи поиска эффективного портфеля обосновывается корректность принятия управленческих решений по выбору эффективного портфеля в условиях третьей информационной ситуации, когда значения вероятностей состояний экономической среды неизвестны и должны удовлетворять соответствующим линейным отношениям порядка. Анализируются изменения множества эффективных портфелей, составленных из двух рассматриваемых активов, в зависимости от выбора произвольных последовательностей, удовлетворяющих простому линейному отношению порядка и задающих распределения вероятностей. В задаче поиска эффективного портфеля, составленного из двух рассматриваемых активов, для оценки распределения вероятностей экономической среды (собственно, фондового рынка) используются шесть последовательностей, порождаемых следующими последовательностями: последовательность, элементы которой представляют собой константу; первые натуральные числа; числа Фибоначчи; числа Мерсенна; числа Евклида; числа Ферма. Продемонстрировано существенное влияние используемой оценки распределения вероятностей состояний экономической среды на значения числовых характеристик активов и портфелей, на вид множества портфелей, допустимых в модели Марковица, а также на вид множества эффективных портфелей. Подчеркивается роль органа принятия решений при выборе оценки распределения вероятностей состояний экономической среды.

Ключевые слова: принятие управленческих решений; третья информационная ситуация; линейные отношения порядка; множество эффективных портфелей.

The article considers for the task of finding an effective portfolio the correctness of making managerial decisions on the choice of an effective portfolio under the conditions of the third information situation is justified, when the probabilities of the states of the economic environment are unknown and must satisfy the corresponding linear order relations. Author analyzed the changes in the set of effective portfolios composed of the two assets under consideration, depending on the choice of arbitrary sequences satisfying a simple linear order relation and defining probability distributions. In the task of finding an effective portfolio composed of two assets under consideration, six sequences are used to estimate the distribution of the probabilities of the economic environment (the stock market), which are generated by the following sequences: a sequence whose elements are a constant; first natural numbers; Fibonacci numbers; the Mersenne number; the Euclid number; Fermat numbers. The significant influence of the estimated probability distribution of economic environment conditions on the values of numerical characteristics of assets and portfolios, the appearance of the set of portfolios allowed in the Markowitz model, and also the appearance of a set of effective portfolios is demonstrated. The role of the decision-making body in selecting an estimate of the distribution of probabilities of economic environment conditions is emphasized.

Keywords: adoption of management decisions; third information situation, linear order relations; set of effective portfolios.

ВВЕДЕНИЕ

При обосновании и принятии управленческих решений в различных областях экономики в условиях неопределенности особую роль играет статическая модель принятия решений [1, с. 9–14], которую еще называют статистической игрой. При выборе оценки распределения вероятностей состояний «природы» (экономической среды) важную роль играет установление определенного типа отношения порядка, задаваемого органом принятия решений на основе имеющейся в его распоряжении информации. Согласно классификации информационных ситуаций (ИС), предложенной Р.И. Трухаевым [1, с. 13], известное отношение порядка для неизвестных значений вероятностей состояний экономической среды характеризует принятие решений в поле третьей ИС. Как правило, в поле третьей ИС неизвестные значения вероятностей состояний экономической среды должны удовлетворять заданной системе ограничений (чаще всего, системе линейных неравенств, представляющей собой так называемое линейное от-

[1] Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-010-00688

ношение порядка). Наиболее распространенными и важными линейными отношениями порядка считаются следующие два отношения: простое линейное отношение порядка, частично усиленное линейное отношение порядка.

Простым линейным отношением порядка называют соотношения, выражающиеся неравенствами $\hat{q}_1 \geq \hat{q}_2 \geq \ldots \geq \hat{q}_j \geq \ldots \geq \hat{q}_n$ или $\hat{q}_1 \leq \hat{q}_2 \leq \ldots \leq \hat{q}_j \leq \ldots \leq \hat{q}_n$ [1, с. 78], где $\hat{q}_1$, $\hat{q}_2, \ldots, \hat{q}_j, \ldots, \hat{q}_n$ — оценки вероятностей соответствующих состояний экономической среды. Частично усиленным линейным отношением порядка называют соотношения, выражающиеся неравенствами $q_j \geq q_{j+1} + \ldots + q_n$, $j = \overline{1, n-1}$, или $q_j \geq q_1 + \ldots + q_{j-1}$, $j = \overline{2, n}$, [1, с. 78], где $\hat{q}_1$, $\hat{q}_2, \ldots, \hat{q}_j, \ldots, \hat{q}_n$ — оценки вероятностей соответствующих состояний экономической среды. Точные истинные значения вероятностей q_1, q_2, …, q_j, …, q_n соответствующих состояний экономической среды неизвестны, но и последовательность истинных значений этих вероятностей, и последовательность $\{\hat{q}_j\}_{j=1}^{n}$ оценок неизвестных значений этих вероятностей должны задавать распределение вероятностей всевозможных состояний экономической среды, поэтому элементы последовательности $\{\hat{q}_j\}_{j=1}^{n}$ должны удовлетворять двум требованиям:

1) условию нормировки, т. е. равенству ;
2) требованиям неотрицательности всех элементов последовательности, т. е. неравенствам .

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Цель статьи — исследование зависимости используемой оценки распределения вероятностей состояний экономической среды на значения числовых характеристик активов и портфелей, на вид множества портфелей, допустимых в модели Марковица, а также на вид множества эффективных портфелей. Кроме того, в статье разработаны рекомендации по корректному выбору оценки распределения вероятностей состояний экономической среды при наличии существенной зависимости значений числовых характеристик активов и портфелей, вида множества портфелей, допустимых в модели Марковица и, особенно, вида множества эффективных портфелей от используемой оценки распределения вероятностей состояний экономической среды.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим случай справедливости простого линейного отношения порядка для неизвестных значений вероятностей возможных состояний фондового рынка при решении задачи поиска эффективного портфеля.

В поле третьей ИС на основе вербальной (или статистической) информации можно на качественном уровне установить приоритетность (отношения порядка) состояний экономической среды. Это означает, что для каждой пары состояний экономической среды можно указать, что они являются эквивалентными (имеют одинаковую вероятность своей реализации), или, какое из них имеет больший приоритет (собственно, характеризуется бомльшим значением вероятности своей реализации). Приоритетность состояний экономической среды неизбежно возникает при использовании динамических рядов в связи с тем, что, как правило, ситуация, сложившаяся в предшествующий момент времени, более удаленный от настоящего момента времени, оказывает на нынешнюю ситуацию меньшее влияние, чем ситуация, сложившаяся в предшествующий момент времени, более приближенный к настоящему моменту времени.

Мы ограничимся рассмотрением портфелей, допустимых в модели Марковица. В этом случае для портфелей, составленных из двух активов, множество всех допустимых портфелей представляет собой следующее множество упорядоченных пар:

$$X = \{x = (x; 1 - x) \mid 0 \leq x \leq 1\}.$$

Предварительно заметим, что множество $X^{эфф}$ всех эффективных портфелей обязательно является частью множества всех допустимых портфелей. При этом на критериальной плоскости $\pm_{\mathbf{x}} 0 m_{\mathbf{x}}$, где $\pm_{\mathbf{x}}$ — уровень экономического риска актива (портфеля), выраженный значением среднеквадратичного отклонения (СКО) случайной величины (СВ), характеризующей норму прибыли актива, $m_{\mathbf{x}}$ — ожидаемая норма прибыли актива (портфеля), равная значению математического ожидания СВ, характеризующей норму прибыли актива, множеству всех портфелей, допустимых в модели Марковица, соответствует дуга гиперболы, а множеству всех эффективных портфелей — северо-западная часть этой дуги гиперболы.

Очевидно, используемая оценка распределения вероятностей состояний экономической среды участвует в законах распределения всех СВ, характеризующих нормы прибыли всех активов. Для построения оценки распределения вероятностей состояний экономической среды воспользуемся, предложенным в публикациях [2, 3], методом построения произвольной последовательности, удовлетворяющей простому линейному отношению порядка и задающей распределение вероятностей. Суть этого метода состоит в следующем.

Пусть $\{a_j\}_{j=1}^n$ — произвольная монотонная последовательность неотрицательных чисел, сумма которых является положительным числом, т. е. справедливы соотношения $a_1 \geq a_2 \geq \ldots \geq a_j \geq \ldots \geq a_n \geq 0$ или $0 \leq a_1 \leq a_2 \leq \ldots \leq a_j \leq \ldots \leq a_n$, при этом $\sum_{j=1}^{n} a_j > 0$, тогда последовательность $\{\hat{q}_j\}_{j=1}^n$, где $\hat{q}_j = \frac{a_j}{\sum_{i=1}^{n} a_i}$, $j = \overline{1, n}$, удовлетворяет простому линейному отношению порядка и задает распределение вероятностей. Приведенная здесь формула для вычисления значений $\hat{q}_j$ задает произвольную последовательность, удовлетворяющую простому линейному отношению порядка. В статье [3] монотонную последовательность неотрицательных чисел $\{a_j\}_{j=1}^n$ предложено называть производящей последовательностью для последовательности $\{\hat{q}_j\}_{j=1}^n$, удовлетворяющей простому линейному отношению порядка и задающей распределение вероятностей. Ниже в задаче поиска эффективного портфеля в качестве производящих последовательностей для оценок распределения вероятностей состояний экономической среды будут применены шесть производящих последовательностей: 1) последовательность, элементы которой представляют собой константу; 2) последовательность, элементы которой представляют собой первые натуральные числа; 3) последовательность, элементы которой представляют собой числа Фибоначчи; 4) последовательность, элементы которой представляют собой числа Мерсенна; 5) последовательность, элементы которой представляют собой числа Евклида; 6) последовательность, элементы которой представляют собой числа Ферма (см., например, [4, с. 33]).

Пусть для активов двух видов имеются следующие динамические ряды значений норм прибыли этих активов, наблюдавшиеся в прошлые периоды времени, представленные в виде следующей матрицы:

$$R = R_{2\times4} = (r_{ij}) = \begin{pmatrix} 27{,}56 & -4{,}29 & 13{,}81 & 22{,}95 \\ 16{,}88 & 45{,}56 & 13{,}74 & 18{,}79 \end{pmatrix}.$$

Необходимо найти множество всех портфелей, допустимых в модели Марковица, множество всех эффективных портфелей и изобразить на плоскости $\pm_x 0 m_x$ геометрические места точек, соответствующие этим множествам.

Очевидно, вид и множества всех портфелей, допустимых в модели Марковица, и множества всех эффективных портфелей зависит от используемой оценки распределения вероятностей состояний экономической среды. Для выявления существенности этой зависимости рассмотрим шесть, упомянутых выше, последовательностей. Напомним, в первом случае будет рассмотрен равномерный закон распределения вероятностей, характеризующийся равными значениями вероятностей реализаций состояний экономической среды за все периоды. Далее будут рассмотрены законы распределения вероятностей, для которых бомльшие значения вероятностей имеют более поздние периоды; причем во втором, третьем и четвертом случаях это различие не столь заметно, а в пятом и шестом случаях резко выражен приоритет последнего периода.

Построим по формуле $\hat{q}_j = \frac{a_j}{\sum_{i=1}^{4} a_i}$, $j = \overline{1, 4}$ последовательности $\{\hat{q}_j\}_{j=1}^4$ вероятностей возможных состояний экономической среды с помощью следующих производящих последовательностей: 1) константа $a_j = 1$; 2) первые натуральные числа $a_j = j$; 3) числа Фибоначчи $a_j = a_{j-1} + a_{j-2}$, где $a_0 = 0$, $a_1 = 1$; 4) числа Мерсенна $a_j = 2^j - 1$; 5) числа Евклида $a_j = \prod_{i=0}^{j-1} a_i + 1$, $a_0 = 1$; 6) числа Ферма $a_j = 2^{2^j} + 1$ (таблица 1).

Таблица 1. Последовательности $\{\hat{q}_j\}_{j=1}^{4}$ вероятностей возможных состояний экономической среды, удовлетворяющие простому линейному отношению порядка

№ п/п	производящая последовательность $\{a_j\}_{j=1}^{4}$	Закон распределения вероятностей $\{\hat{q}_j\}_{j=1}^{4}$
1.	{1; 1; 1; 1}	$\left\{\frac{1}{4};\frac{1}{4};\frac{1}{4};\frac{1}{4}\right\}$
2.	{1; 2; 3; 4}	$\left\{\frac{1}{10};\frac{2}{10};\frac{3}{10};\frac{4}{10}\right\}$
3.	{1; 1; 2; 3}	$\left\{\frac{1}{7};\frac{1}{7};\frac{2}{7};\frac{3}{7}\right\}$
4.	{1; 3; 7; 15}	$\left\{\frac{1}{26};\frac{3}{26};\frac{7}{26};\frac{15}{26}\right\}$
5.	{2; 3; 7; 43}	$\left\{\frac{2}{55};\frac{3}{55};\frac{7}{55};\frac{43}{55}\right\}$
6.	{3; 5; 17; 257}	$\left\{\frac{3}{282};\frac{5}{282};\frac{17}{282};\frac{257}{282}\right\}$

* Составлено автором

В современной теории портфеля (см., например, [5, с. 229–262]) отдельные активы и портфели, составленные из них, принято оценивать двумя показателями: 1) ожидаемой нормой прибыли, т. е. математическим ожиданием соответствующей СВ; 2) уровнем экономического риска, оцениваемого значением дисперсии соответствующей СВ или значением соответствующего СКО.

В первом случае имеем следующие статистические данные:

показатели \ периоды	1	2	3	4
r_{1j}	27,56	–4,29	13,81	22,95
r_{2j}	16,88	45,56	13,74	18,79
$\hat{q}_j$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Ожидаемые нормы прибыли, соответствующие СКО, ковариация между соответствующими СВ, характеризующими нормы прибыли рассматриваемых активов, и соответствующий коэффициент парной корреляции в этом случае равны $m_1 \approx 15{,}01$ %, $m_2 \approx 23{,}74$ %, $\sigma_1 \approx 12{,}19$ %, $\sigma_2 \approx 12{,}72$ %, $c_{12} \approx -133{,}6305$ и $r=r_{12} \approx -0{,}8614$. Эти значения числовых характеристик позволяют найти следующую структуру портфеля, обладающего наименьшим уровнем экономического риска: $\mathbf{x}^* = \left(x^*; 1-x^*\right) = (0{,}5115; 0{,}4885)$. Ожидаемая норма прибыли этого портфеля равна $m_x^* \approx 19{,}27$ %, а его СКО составляет $\pm_x^* \approx 3{,}28$ %, при этом множество всех эффективных портфелей представляет собой следующее множество:

$$X_1^{\text{эфф.}} = \left\{\mathbf{x} = (x; 1-x) \,\middle|\, 0 \le x \le x^* \approx 0{,}5115\right\}.$$

Отметим на критериальной плоскости $\pm_x 0 m_x$ три точки (рис. 1): точки $A(\sigma_1; m_1) \approx (12{,}19; 15{,}01)$, $B(\sigma_2; m_2) \approx (12{,}72; 23{,}74)$, соответствующие однородным портфелям $e_1 = (1; 0)$, $e_2 = (0; 1)$, и точку $C(\pm_x^*; m_x^*) \approx (3{,}28; 19{,}27)$, соответствующую портфелю $\mathbf{x}^* = \left(x^*; 1-x^*\right) = (0{,}5115; 0{,}4885)$, обладающему наименьшим уровнем риска.

Во втором случае получаем следующие статистические данные:

показатели \ периоды	1	2	3	4
r_{1j}	27,56	–4,29	13,81	22,95
r_{2j}	16,88	45,56	13,74	18,79
$\hat{q}_j$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$

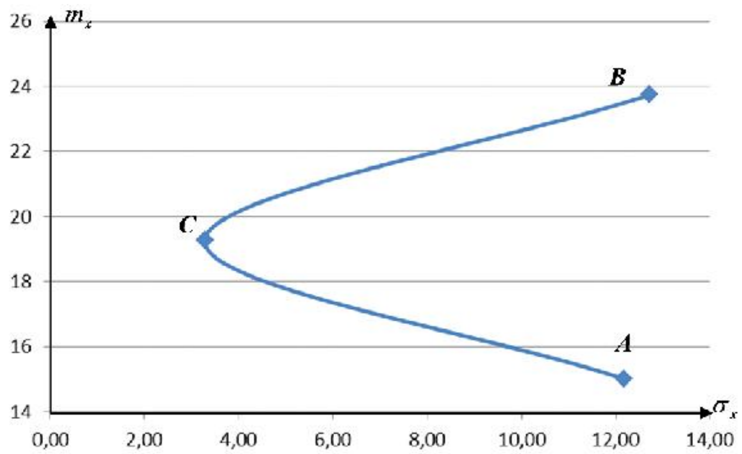

Рис. 1. Множества допустимых (гипербола ACB) и эффективных (дуга CB этой гиперболы) портфелей для равномерного закона распределения вероятностей, когда как производящая последовательность используется константа (Составлено автором)

Ожидаемые нормы прибыли, соответствующие СКО, ковариация между соответствующими СВ, характеризующими нормы прибыли рассматриваемых активов, и соответствующий коэффициент парной корреляции в этом случае равны $m_1 \approx 15{,}22$ %, $m_2 \approx 22{,}44$ %, $\sigma_1 \approx 10{,}76$ %, $\sigma_2 \approx 11{,}75$ %, $c_{12} \approx -104{,}6810$ и $r=r_{12} \approx -0{,}8278$. Данные значения числовых характеристик позволяют найти следующую структуру портфеля, обладающего наименьшим уровнем экономического риска: $\mathbf{x}^* = \left(x^*; 1 - x^*\right) = (0{,}5239; 0{,}4761)$. Ожидаемая норма прибыли этого портфеля равна $m^*_{\mathbf{x}} \approx 18{,}66$ %, а его СКО составляет $\pm^*_{\mathbf{x}} \approx 3{,}30$ %, при этом множество всех эффективных портфелей представляет собой следующее множество:

$$X_2^{\text{эфф.}} = \left\{\mathbf{x} = (x; 1-x) \,\middle|\, 0 \le x \le x^* \approx 0{,}5239\right\}.$$

Отметим на критериальной плоскости $\pm_{\mathbf{x}} 0 m_{\mathbf{x}}$ три точки (рис. 2): точки A(σ_1; m_1) ≈ (10,76; 15,22), B(σ_2; m_2) ≈ (11,75; 22,44), соответствующие однородным портфелям e_1 = (1; 0), e_2 = (0; 1), и точку $C(\pm^*_x; m^*_x) \approx (3{,}30; 18{,}66)$, соответствующую портфелю $\mathbf{x}^* = \left(x^*; 1 - x^*\right) = \left(0{,}5239; 0{,}4761\right)$, обладающему наименьшим уровнем риска.

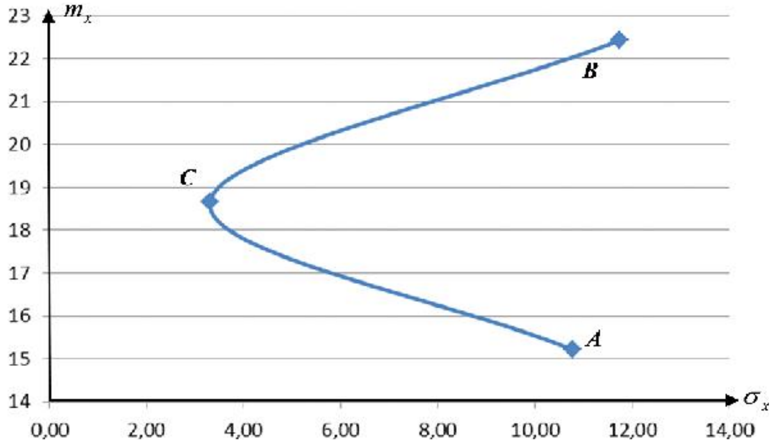

Рис. 2. Множества допустимых (гипербола ACB) и эффективных (дуга CB этой гиперболы) портфелей для закона распределения вероятностей, когда как производящая последовательность используются первые натуральные числа (Составлено автором)

Статистические данные для третьего случая имеют следующий вид:

периоды / показатели	1	2	3	4
r_{1j}	27,56	–4,29	13,81	22,95
r_{2j}	16,88	45,56	13,74	18,79
$\hat{q}_j$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$

Ожидаемые нормы прибыли, соответствующие СКО, ковариация между соответствующими СВ, характеризующими нормы прибыли активов, и соответствующий коэффициент парной корреляции в этом случае равны $m_1 \approx 17{,}11$ %, $m_2 \approx 22{,}90$ %, $\sigma_1 \approx 9{,}94$ %, $\sigma_2 \approx 10{,}28$ %, $c_{12} \approx -79{,}9206$ % и $r = r_{12} \approx -0{,}7821$. Данные значения числовых характеристик позволяют найти следующую структуру портфеля, обладающего наименьшим уровнем экономического риска: $\mathbf{x}^* = (x^*; 1 - x^*) = (0{,}5096; 0{,}4904)$. Ожидаемая норма прибыли этого портфеля равна $m^*_{\mathbf{x}} \approx 18{,}97$ %, а его СКО составляет $\pm^*_{\mathbf{x}} \approx 3{,}34$ %, при этом множество всех эффективных портфелей представляет собой следующее множество:

$$X_3^{\text{эфф.}} = \left\{ \mathbf{x} = (x; 1 - x) \,\middle|\, 0 \le x \le x^* \approx 0{,}5096 \right\}.$$

Отметим на критериальной плоскости $\pm_{\mathbf{x}} 0 m_{\mathbf{x}}$ три точки (рис. 3): точки A(σ_1; m_1) ≈ (9,94; 17,11), B(σ_2; m_2) ≈ (10,28; 22,90), соответствующие однородным портфелям e_1 = (1; 0), e_2 = (0; 1), и точку $C(\pm^*_x; m^*_x) \approx (3{,}34; 18{,}97)$, соответствующую портфелю $\mathbf{x}^* = (x^*; 1 - x^*) = (0{,}5096; 0{,}4904)$, обладающему наименьшим уровнем риска.

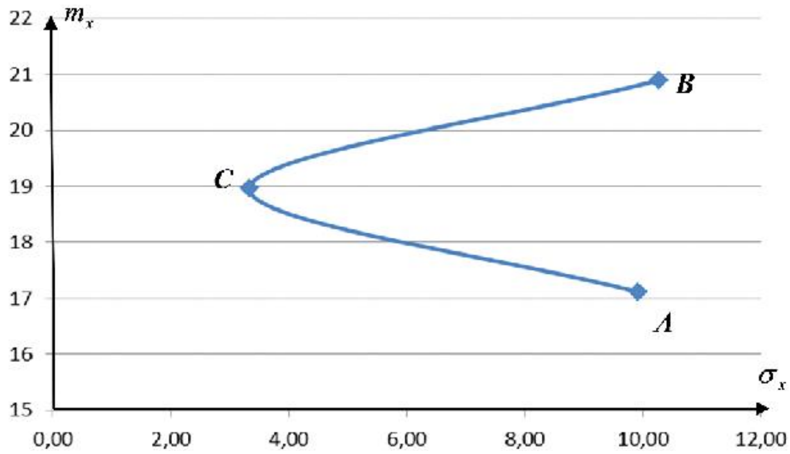

Рис. 3. Множества допустимых (гипербола АСВ) и эффективных (дуга СВ этой гиперболы) портфелей для закона распределения вероятностей, когда как производящая последовательность используются числа Фибоначчи (Составлено автором)

В четвертом случае статистические данные имеют вид:

периоды / показатели	1	2	3	4
r_{1j}	27,56	– 4,29	13,81	22,95
r_{2j}	16,88	45,56	13,74	18,79
$\hat{q}_j$	$\frac{1}{26}$	$\frac{3}{26}$	$\frac{7}{26}$	$\frac{15}{26}$

Ожидаемые нормы прибыли, соответствующие СКО, ковариация между соответствующими СВ, характеризующими нормы прибыли активов, и соответствующий коэффициент парной корреляции в этом случае равны $m_1 \approx 17{,}52$ %, $m_2 \approx 20{,}45$ %, $\sigma_1 \approx 8{,}92$ %, $\sigma_2 \approx 9{,}32$ %, $c_{12} \approx -63{,}0669$ и $r = r_{12} \approx -0{,}7586$. Данные значения числовых характеристик позволяют найти следующую структуру портфеля, обладающего наименьшим уровнем экономического риска: $\mathbf{x}^* = (x^*; 1 - x^*) = (0{,}5128; 0{,}4872)$. При этом ожидаемая норма прибыли этого портфеля равна $m^*_{\mathbf{x}} \approx 18{,}95$ %, а его СКО составляет $\pm^*_{\mathbf{x}} \approx 3{,}17$ %, при этом множество всех эффективных портфелей представляет собой следующее множество:

$$X_4^{эфф.} = \left\{ \mathbf{x} = (x; 1 - x) \middle| \, 0 \le x \le x^* \approx 0{,}5128 \right\}.$$

Отметим на критериальной плоскости $\pm_{\mathbf{x}} 0 m_{\mathbf{x}}$ три точки (рис. 4): точки A(σ_1; m_1) ≈ (8,92; 17,52), B(σ_2; m_2) ≈ (9,32; 20,45), соответствующие однородным портфелям e_1 = (1; 0), e_2 = (0; 1), и точку $C(\pm_x^*; m_x^*) \approx (3{,}17; 18{,}95)$, соответствующую найденному портфелю $\mathbf{x}^* = (x^*; 1 - x^*) = (0{,}5128; 0{,}4872)$, обладающему наименьшим уровнем экономического риска.

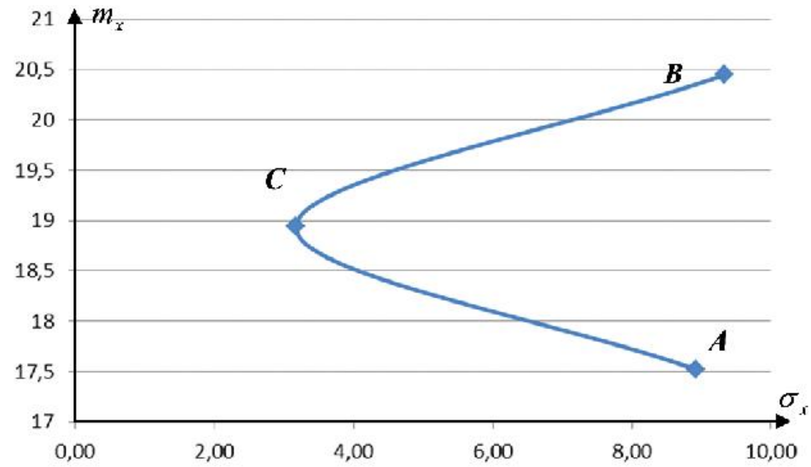

Рис. 4. Множества допустимых (гипербола АСВ) и эффективных (дуга СВ этой гиперболы) портфелей для закона распределения вероятностей, когда как производящая последовательность используются числа Мерсенна (Составлено автором)

Для пятого случая имеем следующие статистические данные:

показатели \ периоды	1	2	3	4
r_{1j}	27,56	– 4,29	13,81	22,95
r_{2j}	16,88	45,56	13,74	18,79
$\hat{q}_j$	$\frac{2}{55}$	$\frac{3}{55}$	$\frac{7}{55}$	$\frac{43}{55}$

Ожидаемые нормы прибыли, соответствующие СКО, ковариация между соответствующими СВ, характеризующими нормы прибыли активов, и соответствующий коэффициент парной корреляции в этом случае равны m_1 ≈ 20,47 %, m_2 ≈ 19,54 %, σ_1 ≈ 6,76 %, σ_2 ≈ 6,47 %, c_{12} ≈ –32,3649 и $r = r_{12}$ ≈ –0,7394. Сразу отметим, значения числовых характеристик имеющихся активов кардинально изменились, что наглядно отражено на рис. 5. Вычисленные значения числовых характеристик позволяют найти следующую структуру портфеля, обладающего наименьшим уровнем экономического риска: $\mathbf{x}^* = (x^*; 1 - x^*) = (0{,}4875; 0{,}5125)$. Ожидаемая норма прибыли этого портфеля равна $m_{\mathbf{x}}^* \approx 19{,}99$ %, а его СКО составляет $\pm_{\mathbf{x}}^* \approx 2{,}39$ %, при этом множество всех эффективных портфелей представляет собой следующее множество:

$$X_5^{эфф.} = \left\{ \mathbf{x} = (x; 1 - x) \middle| \, x^* \approx 0{,}4875 \le x \le 1 \right\}.$$

Отметим на критериальной плоскости $\pm_{\mathbf{x}} 0 m_{\mathbf{x}}$ три точки (рис. 5): точки A(σ_1; m_1) ≈ (6,76; 10,47), B(σ_2; m_2) » (6,47; 19,54), соответствующие однородным портфелям e_1 = (1; 0), e_2 = (0; 1), и точку $C(\pm_x^*; m_x^*) \approx (2{,}39; 19{,}99)$, соответствующую портфелю $\mathbf{x}^* = (x^*; 1 - x^*) = (0{,}4875; 0{,}5125)$, обладающему наименьшим уровнем риска.

В шестом случае статистические данные:

показатели \ периоды	1	2	3	4
r_{1j}	27,56	– 4,29	13,81	22,95
r_{2j}	16,88	45,56	13,74	18,79
$\hat{q}_j$	$\frac{3}{282}$	$\frac{5}{282}$	$\frac{17}{282}$	$\frac{257}{282}$

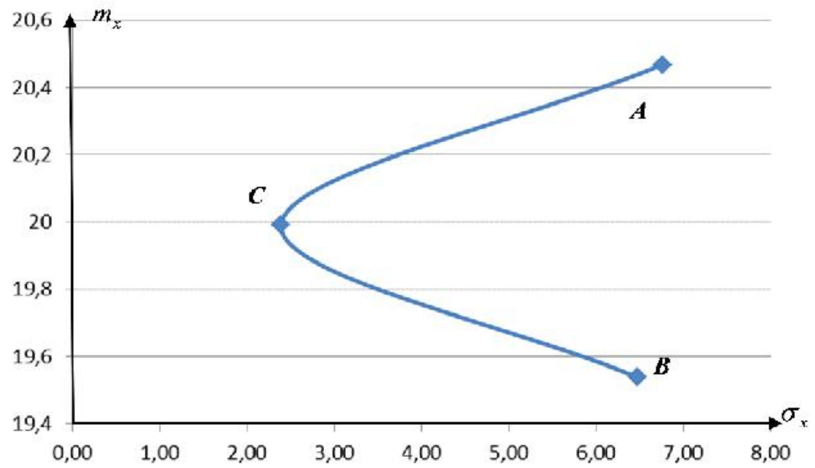

Рис. 5. Множества допустимых (гипербола ВСА) и эффективных (дуга СА этой гиперболы) портфелей для закона распределения вероятностей, для которого большие значения вероятностей имеют более поздние периоды, т. е. когда как производящая последовательность используется последовательность чисел Евклида (Составлено автором)

Ожидаемые нормы прибыли, соответствующие СКО, ковариация между соответствующими СВ, характеризующими нормы прибыли активов, и соответствующий коэффициент парной корреляции в этом случае равны $m_1 \approx 21{,}97$ %, $m_2 \approx 18{,}94$ %, $\sigma_1 \approx 4{,}18$ %, $\sigma_2 \approx 3{,}78$ %, $c_{12} \approx -10{,}0927$ и $r=r_{12} \approx -0{,}6398$. Значения числовых характеристик имеющихся активов похожи на пятый случай, что отражено на рис. 6. Вычисленные значения числовых характеристик позволяют найти следующую структуру портфеля, обладающего наименьшим уровнем экономического риска: $\mathbf{x}^* = (x^*; 1-x^*) = (0{,}4693; 0{,}5307)$. Ожидаемая норма прибыли этого портфеля равна $m^*_{\mathbf{x}} \approx 20{,}36$ %, а его СКО составляет $\pm^*_{\mathbf{x}} \approx 1{,}68$ %, при этом множество всех эффективных портфелей представляет собой следующее множество:

$$X_6^{\text{эфф.}} = \left\{ \mathbf{x} = (x; 1-x) \,\middle|\, x^* \approx 0{,}4693 \le x \le 1 \right\}.$$

Отметим на критериальной плоскости $\pm_{\mathbf{x}} 0 m_{\mathbf{x}}$ три точки (рис. 6): точки $A(\sigma_1; m_1) \approx (4{,}18; 21{,}97)$, $B(\sigma_2; m_2) \approx (3{,}78; 18{,}94)$, соответствующие однородным портфелям $e_1 = (1; 0)$, $e_2 = (0; 1)$, и точку $C(\pm^*_x; m^*_x) \approx (1{,}68; 20{,}36)$, соответствующую портфелю $\mathbf{x}^* = (x^*; 1-x^*) = (0{,}4693; 0{,}5307)$, обладающему наименьшим уровнем риска.

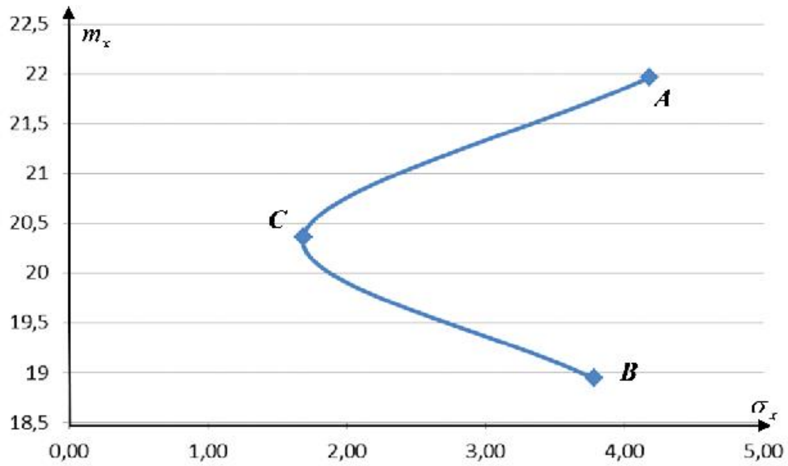

Рис. 6. Множества допустимых (гипербола ВСА) и эффективных (дуга СА этой гиперболы) портфелей для закона распределения вероятностей, для которого большие значения вероятностей имеют более поздние периоды, т. е. когда как производящая последовательность используется последовательность чисел Ферма (Составлено автором)

Очевидно, включения множеств $X_i^{\text{эфф.}} \subset X, i = \overline{1,6}$, справедливы всегда (в частности, во всех шести рассмотренных случаях), но полученные в пятом и шестом случаях, когда как производящая последовательность использовались последовательности чисел Евклида и Ферма, множества всех эффективных портфелей кардинально отличаются (по своей структуре) от множеств всех эффективных портфелей, найденных в первых четырех случаях. В первых четырех случаях найденные множества всех эффективных портфелей имеют общий вид: $X^{\text{эфф.}} = \left\{ \mathbf{x} = (x; 1-x) \,\middle|\, 0 \le x \le x^* \right\}$, где $x^* > 0{,}5$, а в последних двух случаях найденные множества всех эффективных портфелей имеют совершенно другой общий вид: $X^{\text{эфф.}} = \left\{ \mathbf{x} = (x; 1-x) \,\middle|\, x^* \le x \le 1 \right\}$, где $x^* < 0{,}5$.

ВЫВОДЫ

Проведенное исследование позволяет прийти к следующим выводам.

Во-первых, используемая оценка распределения вероятностей состояний экономической среды (фондового рынка) может существенно влиять на значения числовых характеристик активов и портфелей, а также на расположение на критериальной плоскости точек, соответствующих однородным портфелям.

Во-вторых, используемая оценка распределения вероятностей состояний экономической среды (фондового рынка) может существенно влиять на структуру портфеля, обладающего наименьшим уровнем экономического риска, а также на расположение на критериальной плоскости точки, соответствующей портфелю, обладающему наименьшим уровнем экономического риска.

В-третьих, используемая оценка распределения вероятностей состояний экономической среды (фондового рынка) может существенно влиять на вид множества эффективных портфелей.

В-четвертых, выбор оценки распределения вероятностей состояний экономической среды (фондового рынка) должен осуществлять орган принятия решений на основе имеющейся в его распоряжении информации, его опыта, компетентности и профессиональной интуиции. Окончательный выбор оценки распределения вероятностей состояний экономической среды (фондового рынка), которую следует использовать для принятия управленческих решений, зависит от мнения органа принятия решений о том, какой системе ограничений должны удовлетворять неизвестные значения вероятностей состояний экономической среды (фондового рынка). В частности, выбор оценки распределения вероятностей состояний экономической среды (фондового рынка) зависит от того, считает ли орган принятия решений, что неизвестные значения вероятностей состояний экономической среды (фондового рынка) должны удовлетворять лишь линейными отношениями порядка, или эти значения вероятностей должны удовлетворять еще и частично усиленному линейному отношению порядка

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трухаев Р.И. Модели принятия решений в условиях неопределенности / Р.И. Трухаев. — М.: Наука, 1981. — 258 с.

2. Сигал А.В. О произвольной последовательности, удовлетворяющей простому линейному отношению порядка / А.В. Сигал // Актуальные проблемы и перспективы развития экономики: Труды XVI Междунар. науч.-практ. конф. (Симферополь-Гурзуф, 19–21 октября 2017). — Саки: ИП Бровко А.А., 2017. — С. 67.

3. Сигал А.В. Последовательности, удовлетворяющие линейным отношениям порядка: применение в экономике и свойства / А.В. Сигал, Е.С. Ремесник // Друкеровский вестник. — 2018. — № 1. — С. 44–58.

4. Сигал А. В. Конкретная математика: учебное пособие для обучающихся по направлению подготовки 38.03.05 Бизнес-информатика / А.В. Сигал, Л.Ф. Яценко. — Издание 4-е, дополненное и переработанное. — Симферополь: ИП Зуева Т.В., 2017. — 204 с.

5. Сигал А.В. Теория игр и ее экономические приложения. Учебное пособие / А.В. Сигал. — Симферополь: ИП Корниенко А.А., 2017. — 414 с.

6. Сигал А.В. Зависимость множества эффективных портфелей от применяемого закона распределения вероятностей / А.В. Сигал, Е.С. Ремесник // Теория и практика экономики и предпринимательства: Труды Юбилейной XV Междунар. науч.-практ. конф. (Симферополь-Гурзуф, 19–21 апреля 2018). – Симферополь: ИП Зуева Т.В., 2018. — С. 66–70.

SPISOK LITERATURY

1. Trukhayev R.I. Modeli prinyatiya resheniy v usloviyakh neopredelennosti / R.I. Trukhayev. — M.: Nauka, 1981. — 258 s.

2. Sigal A.V. O proizvol'noy posledovatel'nosti, udovletvoryayushchey prostomu lineynomu otnosheniyu poryadka / A.V. Sigal // Aktual'nyye problemy i perspektivy razvitiya ekonomiki: Trudy XVI Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. (Simferopol'-Gurzuf, 19–21 oktyabrya 2017). — Saki: IP Brovko A.A., 2017. — S. 67.

3. Sigal A.V. Posledovatel'nosti, udovletvoryayushchiye lineynym otnosheniyam poryadka: primeneniye v ekonomike i svoystva / A.V. Sigal, Ye.S. Remesnik // Drukerovskiy vestnik. — 2018. — № 1. — S. 44–58.

4. Sigal A. V. Konkretnaya matematika: uchebnoye posobiye dlya obuchayushchikhsya po napravleniyu podgotovki 38.03.05 Biznes-informatika / A.V. Sigal, L.F. Yatsenko. — Izdaniye 4-ye, dopolnennoye i pererabotannoye. — Simferopol': IP Zuyeva T.V., 2017. — 204 s.

5. Sigal A.V. Teoriya igr i yeye ekonomicheskiye prilozheniya. Uchebnoye posobiye / A.V. Sigal. — Simferopol': IP Korniyenko A.A., 2017. — 414 s.

6. Sigal A.V. Zavisimost' mnozhestva effektivnykh portfeley ot primenyayemogo zakona raspredeleniya veroyatnostey / A.V. Sigal, Ye.S. Remesnik // Teoriya i praktika ekonomiki i predprinimatel'stva: Trudy Yubileynoy XV Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. (Simferopol'-Gurzuf, 19–21 aprelya 2018). – Simferopol': IP Zuyeva T.V., 2018. — S. 66–70.

Статья поступила в редакцию 6 июля 2018 года

Статья одобрена к печати 19 сентября 2018 года